Rappels sur les identités remarquables et la règle de la distributivité de multiplication par rapport à l'addition :

Soient a, b et k des réels quelconques :

Forme développée		**Forme factorisée**
$ka+kb$	=	$k(a+b)$
$a^2+2ab+b^2$	=	$(a+b)^2$
$a^2-2ab+b^2$	=	$(a-b)^2$
a^2-b^2	=	$(a+b)(a-b)$

Rappels sur les fonctions

I. Fonction numérique d'une variable réelle

1. Définition : Soit D une partie de IR, le procédé qui permet d'associer à chaque nombre réel de D un unique nombre réel s'appelle une fonction.

On peut définir une fonction à partir d'un graphique, d'un tableau de valeurs ou d'une formule.

2. Notation : Si f est une fonction définie de D (noté D_f) dans IR, on note : $f : D_f \to \mathbb{R}$

$x \mapsto f(x)$

Ce qui se lit: " la fonction f définie de D_f dans $\mathbb{R}$, qui à tout (nombre) x associe (le nombre) f de x."

x est la variable, $f(x)$ est exprimée en fonction de x.

3. Vocabulaire : D est l'ensemble de définition de f

$f(x)$ est l'image de x par f

x est un antécédent de $f(x)$

II. Représentation graphique (ou courbe représentative)

Définition : Soit (O, I, J) un repère cartésien (les axes sont en général perpendiculaires mais les unités ne sont pas nécessairement les mêmes sur les deux axes).

Dans le repère (O, I, J), la courbe représentative de la fonction f définie sur D_f , généralement notée C_f , est l'ensemble des points $M(x,y)$ du plan tels que $x \in D_f$ et $y = f(x)$.

III. Sens de variation et extrema

Une résolution graphique permet de conjecturer des résultats (variations, extréma, valeurs approchées), l'étude théorique à partir des définitions ci-dessous permet de confirmer ces résultats et d'obtenir des valeurs exactes.

1. Sens de variation d'une fonction numérique.

a) Définition : Soit f une fonction numérique et I un intervalle inclus dans l'ensemble de définition de f.

f est croissante sur I si deux nombres quelconques de I sont toujours rangés dans le même ordre que celui de leurs images par f.

Autrement dit : f est croissante sur I signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I, $x_1 \le x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \le f(x_2)$

f est décroissante sur I si deux nombres quelconques de I sont toujours rangés dans l'ordre inverse de celui leurs images par f.

Autrement dit : f est décroissante sur I signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I, $x_1 \le x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \ge f(x_2)$

b) Remarques :

Si les inégalités sont strictes, on parlera de fonction strictement croissante ou de fonction strictement décroissante.

Si la fonction prend toujours la même valeur sur I, on dit qu'elle est constante sur I

2. Extrema d'une fonction numérique.

Définition : Soit f une fonction numérique et I un intervalle de son ensemble de définition.

La fonction f admet un minimum m sur l'intervalle I, si m est la plus petite valeur prise par $f(x)$ sur I.

Autrement dit : m est le minimum de f sur I $\Leftrightarrow$ pour tout réel x de I, $f(x) \ge m$ et il existe un réel x_1 de I tel que $f(x_1) = m$.

On dit que m est atteint en x_1. *Le minimum est l'ordonnée du point le plus bas sur la courbe.*

La fonction f admet un maximum M. sur l'intervalle I, si M est la plus grande valeur prise par $f(x)$ sur I.

Autrement dit : M est le maximum de f sur I $\Leftrightarrow$ pour tout réel x de I, $f(x) \le M$ et il existe un réel x_2 de I tel que $f(x_2) = M$

On dit que M est atteint en x_2. *Le maximum est l'ordonnée du point le plus haut sur la courbe.*

Un minimum ou un maximum est appelé un extremum (extrema au pluriel).

La fonction carré

1. Définition : La fonction qui à chaque réel x associe son carré x^2 est la **fonction carré**.

Son ensemble de définition est l'ensemble des réels.

2. Sens de variation :
Soit a et b deux nombres réels tels que $a<b$,
$f(a)-f(b)=a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
$a-b<0$ puisque $a<b$.
➔ Si $a<b\leq 0$ (sur $\mathbf{R}^-$), $a+b<0$ et donc $f(a)-f(b)>0$ ou encore $f(a)>f(b)$
➔ Si $0\leq a<b$ (sur $\mathbf{R}^+$), $a+b>0$ et donc $f(a)-f(b)<0$ ou encore $f(a)<f(b)$.
Conclusion : La fonction carré est strictement décroissante sur $\mathbf{R}^-$et strictement croissante sur $\mathbf{R}^+$.

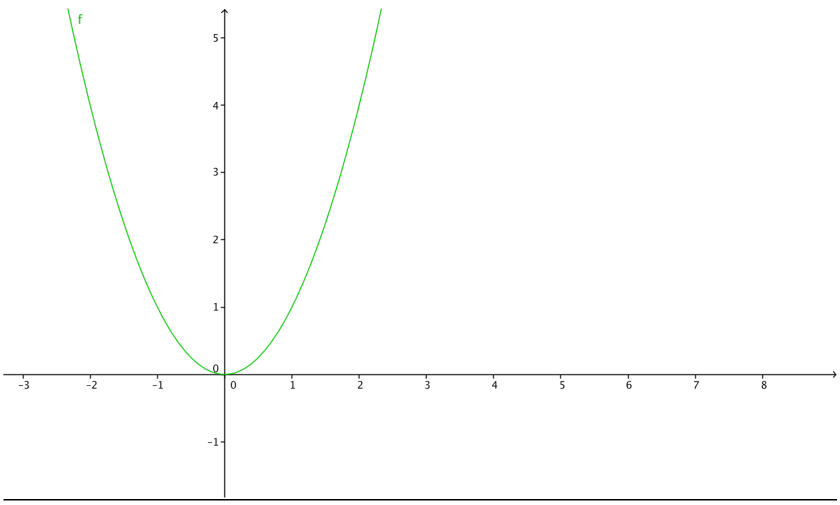
Remarque :

> Deux nombres positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre.
> Deux nombres négatifs et leurs carrés sont rangés dans l'ordre contraire.

3. Tableau de variation :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

4. Représentation graphique :



Remarques :
a) La courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
Ce résultat provient du fait que **deux nombres opposés ont le même carré**

b) La courbe est au-dessus de l'axe des abscisses.
Ce résultat provient du fait qu'**un carré est toujours positif**

c) Vocabulaire : La courbe représentative de la fonction carré est une parabole.
C'est une parabole de **sommet** O (l'origine du repère) et dont l'**axe** est l'axe des ordonnée

d) La courbe a pour sommet le point dont l'ordonnée est le minimum de la fonction carré.
Pour tout réel x , $f(x)\geq 0$ et $f(0)=0$.